

等 別：三等考試
類 科：電子工程
科 目：電磁學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、已知向量磁位能 (magnetic vector potential) $\vec{A}(\vec{r})$ 和電流密度 (current density) $\vec{J}(\vec{r})$ 之關係式為 $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3\vec{r}'$ ，其中 \vec{r} 為場位置， \vec{r}' 為源

位置， μ_0 為導磁係數 (permeability)，積分係對應於所有空間，且當 $|\vec{r}'| \rightarrow \infty$ 時， $\vec{J}(\vec{r})$ 較 $1/|\vec{r}'|$ 趨近於零，證明以下三小題。

(一) $\nabla \cdot \vec{A}(\vec{r}) = 0$ 。(8分)

(二) $\nabla \times \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3\vec{r}'$ 。(6分)

(三) $\nabla^2 \vec{A}(\vec{r}) = -\mu_0 \vec{J}(\vec{r})$ 。(6分)

二、於真空中有一點帶正電荷 $Q = 2 \times 10^{-8}$ 庫倫及另一點帶負電荷 $-4Q = -8 \times 10^{-8}$ 庫倫，其距離為 $d = 100$ 公分。

(一)畫出此兩點電荷於一直線上，並標示此直線上之電場為零位置，且予以說明。(8分)

(二)計算此電場為零之位置。(12分)

三、於空氣中有一球形水滴，半徑為 0.1 mm ，帶有電荷，其承受電場 100 V/m 之電力和反承受之重力相同。

(一)計算水滴之電荷值。(10分)

(二)計算水滴電荷產生之電場值。(5分)

(三)已知空氣被打穿之電場為 $3 \times 10^6 \text{ V/m}$ ，此水滴是否承受此電荷？(5分)

四、以下係有關真空內之馬克士威方程組。

- (一)分別寫出以積分形式及微分形式之馬克士威方程式組，於其中各微分形式方程式旁邊寫出對應之定律名稱。(8分)
- (二)於(一)小題之微分形式馬克士威方程組中，可由其中兩項旋度 (curl) 相關方程式及連續方程式，證明另兩項散度 (divergence) 相關方程式。(8分)
- (三)以穩態弦波及複數形式寫出於(一)小題之微分形式馬克士威方程組。(4分)

五、於真空中內有兩個正弦平面波，沿正 z 方向傳播，其入射電場以 $\vec{E}_{1i}(z,t)$ 及 $\vec{E}_{2i}(z,t)$ 表示，入射方向相同 \hat{k}_i ，頻率及相位相同 (即 $f_1 = f_2, \angle E_{1i} = \angle E_{2i}$)，此兩個正弦平面波均為圓極化，但極化方向相反。

- (一)寫出各圓極化平面波之入射電場向量表示式，並畫出直角座標，標示各入射電場向量、各極化方向及入射傳播方向 \hat{k}_i 。(8分)
- (二)寫出完整之入射電場向量表示式。(2分)
- (三)若 $\vec{E}_{1i}(z,t) = \vec{E}_{2i}(z,t)$ 時，此完整之入射平面波極化為何？若 $\vec{E}_{1i}(z,t) \neq \vec{E}_{2i}(z,t)$ 時，此完整之入射平面波極化為何？(2分)
- (四)當(一)小題之兩個圓極化平面波正向垂直入射一無限大金屬面，其導電係數 (conductivity) $\sigma = \infty$ ，寫出各圓極化平面波之反射電場 $\vec{E}_{1r}(z,t)$ 及 $\vec{E}_{2r}(z,t)$ 表示式，並於(一)小題之同一圖上畫出各反射電場向量，標示各極化方向及反射傳播方向 \hat{k}_r 。(4分)
- (五)寫出完整之全部 (含入射及反射) 電場向量表示式，此為行進波或駐波？(4分)